

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТАБИЛИЗАЦИИ УГЛА НАКЛОНА
МОБИЛЬНОГО РОБОТА С УЧЕТОМ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ ПОМЕХИ**

Илюшин Владислав Борисович, iliouch@rambler.ru

*Егорьевский технологический институт (филиал) ФГОУ ВО МГТУ
«СТАНКИН», Егорьевск, Московская область*

Одной из актуальных задач современной робототехники является задача ориентации робота в пространстве, т.е. анализ ситуации и выбор маршрута движения самим роботом без участия человека. Всё более очевидной становится необходимость исследования способов ориентирования, способных работать в сильно зашумленной среде. Задача определения ориентации какого-либо тела – это задача нахождения угла поворота системы координат, жестко связанной с телом, относительно некоторой неподвижной системы координат. Решать эту задачу будем при условии, что известна угловая скорость вращения тела, которую с известной частотой выдаёт датчик угловой скорости - акселерометр.

В данной работе речь пойдёт о математическом моделировании системы гироскопической стабилизации угловой скорости при управлении движением мобильным роботом. Системы гироскопической стабилизации в общем виде состоят из платформы в кардановом подвесе, на которой установлены гироскопы, акселерометры и стабилизирующее устройство. На осях карданова подвеса расположены датчики угла и датчики момента. Гироскопы выполняют функцию измерения отклонений платформы со стабилизируемым объектом от заданного положения. Сигналы поступают на соответствующие датчики момента, возвращают платформу в прежнее положение. Акселерометры измеряют угловое ускорения и выполняют функцию первоначальной выставки платформы, а также её коррекцию по вертикали места. Существенной особенностью акселерометра как прибора является наличие в его измерениях мультипликативной погрешности, для

определения которой разработан специальный патентованный метод [1].

Если единственной силой, действующей на объект, является сила гравитации, то в этом случае для определения статичного угла поворота может быть использован MEMS-акселерометр, прибор, который измеряет проекцию ускорения на его чувствительную ось. По величине измеренной проекции определяется угол наклона. Одного только акселерометра достаточно, чтобы построить инклинометр. Но, к сожалению, любое воздействие внешней силы вносит в измерения ошибку и при интегрировании кинематического уравнения достаточно быстро накапливается ошибка определения ориентации.

В настоящей работе исследуются возможности использования для решения этой задачи алгоритмов, построенных на традиционных принципах, и включает в себя следующие основные части:

- уравнения состояния и уравнение наблюдения системы управления с точки зрения теории автоматического управления;
- приведена математическая модель измерения угла стабилизации;
- определены основные параметры для управления;
- рассмотрено применение П – регулятора для дискретного позиционного управления вала электродвигателя;
- общий порядок исследования динамики и синтеза алгоритма управления.

Постановка задачи

Решать задачу стабилизации угловой скорости при управлении движением мобильным роботом в данном докладе предполагается при условии, что известна угловая скорость вращения аппарата, которую с известной частотой выдаёт акселерометр, а также углы наклона, полученные с помощью гироскопов. Причём показания акселерометра сопровождается мультипликативной помехой.

Уравнения состояния управляемого углового движения имеют вид

$$\omega'(t) = u(t)$$

$$\alpha'(t) = \omega(t) \quad (1)$$

где $\omega(t)$ - угловая скорость, $\alpha(t)$ - угловое смещение относительно заданного положения, $u(t)$ - управление двигательной установкой в единицах угловой скорости по оси ориентации. Требуется найти управление $u(t)$ переводящее систему из произвольного начального состояния $\alpha(t_0) = \alpha_0$ и $\omega(t_0) = \omega_0$ в состояние с $\alpha(t_f) = 0$ и $\omega(t_f) = 0$. Такая модель описывает, в частности, поворот вала обычного электродвигателя. В свою очередь вал электродвигателя приводит в угловое движение исполнительный механизм мобильного робота, причём электропривод в мобильной робототехнике является основой любого его движения. Датчиком определения статичного угла поворота углового перемещения в этом случае чаще всего является акселерометр. По величине измеренной проекции определяется угол наклона. Показания акселерометра с определенной частотой используют для управления мобильным роботом. Вектор отклонился - мобильный робот поворачивает в определенную сторону.

В дискретном виде дифференциальные уравнения (1) с учетом мультипликативной случайной помехи в управлении могут быть представлены в виде:

$$\omega_{i+1} = \omega_i + \xi_i u_i,$$

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + t \omega_i, \quad i=1,2,\dots,$$

где t шаг дискретизации по времени, ξ_i - случайная величина, которая отражает ошибку реализации корректирующего импульса.

Коррекция движения считается законченной, если в дискретный момент времени $i = n$ выполняется неравенство $|\alpha_n| \leq \varepsilon$, где ε - допустимое угловое смещение, а ликвидацию дрейфа связывают с выполнением неравенства $|\alpha_{n+1}| \leq \varepsilon$ в течение времени t после момента n .

Направив ось платформы акселерометра в нужном направлении $\alpha(t)=0$ или точнее $|\alpha_n| \leq \varepsilon$ и погасив угловую скорость вращения до предельно возможной величины, которая почти всегда будет отличной от нуля, мы не можем ожидать, что условие $|\alpha_n| \leq \varepsilon$ сохранится сколь угодно долго. Остаточная угловая скорость ω_n приводит к медленному уходу оси от значения $\alpha(t)=0$ и к нарушению условия $|\alpha_n| \leq \varepsilon$. Неизбежность некоторого отличия от нуля остаточной угловой скорости следует хотя бы из того, что как абсолютно точное измерение угловой скорости, так и абсолютно точное дозирование импульса двигателя ориентации практически невозможно. В результате режим постоянной ориентации в заданном направлении $\alpha \approx 0$ сведется к колебаниям с амплитудой равной ε , поскольку всякий раз, когда модуль угла отклонения будет достигать предельно допустимого значения ε , двигатель ориентации будет смещать ось в сторону $\alpha = 0$.

Таким образом, мы имеем пример системы управления, в которой минимизация ошибки рассогласования до нуля в принципе невозможно, более того если выбрать допустимое отклонение ε слишком малым, то будет происходить быстрый расход энергии двигателя до нуля.

В качестве приоритетных условий стабилизации могут быть выбраны следующие характеристики системы управления:

- быстродействие;
- достаточная вероятность достижения стабилизация;
- минимальная погрешность стабилизации.

Улучшение одной характеристики ведет к ухудшению другой, поэтому при постановке конкретной задачи стабилизации приоритетность данных характеристик должна быть согласована и, по возможности, для них выбран конкретный диапазон допуска. В настоящей работе будем исходить из априорного задания этих допусков.

Алгоритм стабилизации

Система стабилизации — самый важный компонент любого балансирующего робота. Именно эта подсистема мобильного робота позволяет ей всегда оставаться в заданном положении, несмотря на действие различных внешних сил. Для того чтобы осуществить стабилизацию нужно:

- определить углы наклона мобильного робота относительно поверхности земли;
- вычислить отклонение от требуемого положения;
- подать управляющие сигналы для компенсации отклонения и приведения мобильного робота в требуемое положение.

Первую задачу решает инклинометром. Третью задачу — ПИД регулятор.

С помощью инклинометра можно вычислить углы наклона тела. В частности, угол наклона α тела вокруг оси тела X_t находится при помощи формулы:

$$\alpha = 90^0 - \arccos(G_{Y_T}),$$

где G_{Y_T} — это проекция ускорения свободного падения на ось акселерометра X_t . Именно это значение возвращает акселерометр. Величина G_{Y_T} измеряется в единицах земной гравитации. К примеру, если акселерометр повернуть осью Y вертикально, то G_{Y_T} будет равен единице ($G = 1$ земная гравитация). К сожалению, любое воздействие внешней силы на датчик будет вносить ошибку в вычисление угла наклона. Такой внешней силой может быть вибрация, ветер или тяга двигателей. Частично снять воздействие внешних сил можно с помощью фильтра низких частот, но побочным эффектом подобной обработки сигнала будет сильное уменьшение быстродействия инклинометра.

В случае гироскопа точность таких расчетов снижается из-за дрейфа нуля и ошибок интегрирования. В случае же акселерометра слишком велика чувствительность к внешним воздействиям. Естественно объединить

показания этих двух устройств для устранения их недостатков, что позволяет комплементарный фильтр, который меняет формулу для интегрирования показаний гироскопа:

$$\alpha_{i+1} = (1-K) [\alpha_i - \omega * dt] + K * \text{acc} ,$$

где α_{i+1} - искомый угол наклона, учитывающий показания акселерометра; α_i – угол тела в предыдущий момент времени; ω — скорость вращения тела вокруг; dt — время, которое прошло с момента предыдущего вычисления угла; acc — значение угла наклона, полученное при помощи акселерометра; K — коэффициент комплементарного фильтра. Как видно из формулы, итоговая величина угла наклона представляет собой сумму интегрированного значения гироскопа и мгновенного значения акселерометра. Главная задача комплементарного фильтра здесь в том, чтобы с помощью показаний акселерометра нивелировать дрейф нуля гироскопа и ошибки дискретного интегрирования. Сила этой коррекции определяется коэффициентом фильтра K . Выбор коэффициента K зависит от величины дрейфа нуля гироскопа, от скорости накопления ошибок вычисления и от условий использования машины.

Управление системой стабилизации будем рассматривать в рамках пропорционального регулятора

$$u = k (\alpha - \alpha^*),$$

где α^* - заданная величина углового наклона, k - коэффициент усиления, как систему автоматического управления с идентификатором [2]. Коэффициент k регулятора рассчитывается по методике работы [3]. Предлагаемая методика решение данной задачи предназначена для программной реализации в контроллере системы управления.

Предположим, что измерения α в алгоритм управления поступают с периодом dt секунды.

Параллельно объекту управления стоит идентификатор, т.е. устройство, которое по данным, полученным в реальных условиях работы объекта,

строит его математическую модель. В данном случае идентификатор определяет коэффициент k на каждом шаге. Уточнение модели управления происходит непрерывно, поэтому ее вполне можно назвать адаптивной. В соответствии с моделью, в каждом такте вырабатывается управляющее воздействие по коэффициенту k и рассогласованию $\alpha - \alpha^*$ на предыдущем такте.

Расчет управляющих воздействий может осуществляться на основе эмпирических данных, получаемых в процессе попыток стабилизации.

В данном случае параметр будем оценивать статистикой x_q на каждом шаге в процессе попыток коррекции смещения по выборке

$$x_i = \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{u_i}, i = 0, 1, 2, \dots, n ;$$

соответственно управляющее воздействие будет равно

$$u_n = \frac{|\omega_n| + \varepsilon}{x_q} \text{sign}(\omega_n).$$

При выборе величины управляющего воздействия нужно учитывать, что можно достичь цели с вероятностью не меньшей p и не достичь ее с вероятностью не большей $1-p$, при выполнении условий теоремы 3.1 работы [3].

Литература

1. Григорьев Л.В., Юрасов В.В., Куртюков В.А., Ковальков В.Н. Способ определения мультипликативной составляющей погрешности компенсационного акселерометра. Патент. Режим доступа: <http://www.findpatent.ru/patent/183/1839891.html> © FindPatent.ru - патентный поиск, 2012-2016. (дата обращения 20.05.2016).
2. Чадеев В. М. Цифровая идентификация нелинейных динамических объектов // Автоматика и телемеханика – 2004. - № 12. - С.85-93.
3. Илюшин В.Б. О применении вероятностного критерия в задачах стабилизации // Автоматика и телемеханика. –1999. - №1. - С.46 –51.